

九章算經點校

九章算術提要

版本與校勘

劉徽九章算術注原序

九章算術卷第一

方田

九章算術卷第二

粟米

九章算術卷第三

衰分

九章算術卷第四

少廣

九章算術卷第五

商功

九章算術卷第六

均輸

九章算術卷第七

盈不足

九章算術卷第八

方程

九章算術卷第九

句股

九章算術提要

九章算術九卷，不詳作者名氏。九章算術是一部現在有傳本的、最古老的中國數學書，它的編纂年代大約是在東漢初期。書中收集了二百四十六個應用問題的解法，分別隸屬於方田、粟米、衰分、少廣、商功、均輸、盈不足、方程、句股九章。

春秋、戰國時期社會生產力的逐漸提高，促進了數學知識和計算技能的發展。當時各國的統治階級要按畝收稅，必須有測量土地、計算面積的方法；要儲備糧食，必須有計算倉庫容積的方法；要修建灌溉渠道、治

河堤防和其他土木工事，必須能計算工程人功；要修訂一個適合農業生產的曆法，必須能運用有關的天文數據。那時的百姓掌握了相當豐富的、由日常生活中產生的數學知識和計算技能。雖然沒有一本先秦的數學書流傳到後世，但無可懷疑的是九章算術方田、粟米、衰分、少廣、商功等章中的題解方法，絕大部分是產生於秦以前的。漢書藝文志術數類著錄有許商算術二十六卷，杜忠算術十六卷，這兩部算術雖早已失傳，應該是東漢初編纂的九章算術的前身，它們的主要教材應當被保存於九章算術各章之內。

周禮大司徒篇說：「保氏掌諫王惡而養國子以道。乃教之六藝：一曰五禮，二曰六樂，三曰五射，四曰五馭，五曰六書，六曰九數。」這是說，主持貴族子弟教育的保氏以禮、樂、射、馭、書、數為「

小學」的六門課程，每一門課程又各有若干細目，例如「數」學中有九個細目。但在周禮裏沒有把「九數」列舉出來，我們就無法考證它的內容。漢武帝時這部周禮開始受到經學家的注意。到東漢時期，鄭眾、馬融等都為「九數」作了注解。東漢末鄭玄周禮注引鄭眾說：「

九數：方田、粟米、差分、少廣、商功、均輸、方程、贏不足、旁要，今有重差、句股。」事實上，鄭眾所說「九數」中的「均輸」已是漢武帝太初元年以後的賦稅制度，決不是周禮九數原有的一個細目。「方田、粟米、差分、少廣、商功、均輸、方程、贏不足、旁要」大概是西漢末傳統算術的主要綱目，「今有重差、句股」說明數學有了新的發展。傳本九章算術將句股代替旁要，它的編纂年代當在鄭眾注周禮「九數」（約公元50年）之後。後漢書馬援傳說，馬續「善九章算術」。馬續是馬援的侄孫，馬融（公元79—166年）之兄，他的生年約在公元70年前後。馬續研究九章算術大概在公元90年前後。根據上述史料，我們認為九章算術的編定年代是在公元第一世紀的後半個世紀，而各章的主要內容在第一世紀初期已具備了一定的成就。

九章算術不但對後世的數學著作奠定了優良的傳統，對世界數學的發展也有著重要的貢獻。現在小學算術課程中的分數四則，各種比例，面積和體積，以及各類應用問題的解法，在九章算術方田、粟米、衰分、商功、均輸、盈不足等章裏已有了相當詳備的內容。現在

中學課程中的代數部分，如開平方、開立方、正負數、聯立一次方程組、二次方程等項目，在少廣、方程、句股章裏亦已有了卓越的成就。

傳本九章算術有劉徽注和唐李淳風等的注釋。劉徽是我國古代傑出的數學家。他為九章算術作注解，又自撰重差一卷附於九章算術九卷之後，故隋書經籍志著錄「九章算術十卷，劉徽撰」。經籍志又錄有「九章重差圖一卷，劉徽撰」，當是十卷本的附圖，可惜早已亡佚。九章算術方田章圓田術注和商功章圓困術注中都論及「晉武庫中有漢時王莽所作銅斛」。隋書律曆志論歷代量制引商功章注，說「魏陳留王景元四年（公元二六三年）劉徽注九章」。我們根據這些資料，認為劉徽是魏、晉時人。他的生平履歷無可詳考。

劉徽九章算術注自序說：「又所析理以辭，解體用圖。庶亦約而能周，通而不贖，覽之者思過半矣。」這是說，問題解法的理論分析，要用明確的語言表達出來；空間形體的具體分解，要用幾何圖形顯示出來。這樣纔能做到又簡又明，啓發讀者的思考。他在注中一方面整理九章算術各個問題的解法，理論上屬於一類的使它們歸於一類，提綱挈領地闡明所以能解的道理。在另一方面，對於原來所有不夠準確的近似計算，他提出了更精確的計算方法。例如九章算術原術取用三為圓周率，他通過了圓內接正三百八十四邊形和正三千零七十二邊形面積的嚴密計算，得到圓周率的近似值，五十分之一百五十七，或一千二百五十分之三千九百二十七。又如開平方或開立方不盡時（平方根或立方根為無理數），原有以分數表示奇零部分的方法不甚準確，他主張繼續開方，得出以十進分數表示平方根或立方根的近似值。此外，他創立許多新的解題方法，例如盈不足章第十九題的等差級數求和法，方程章第七題的互乘相消法，第九題的消去常數項法，句股章第十六題的內切圓徑公式等等，都比原術簡便。

唐李淳風等對劉徽注本九章算術作了一些解釋，原有劉注意義十分明確的不再補注，盈不足、方程二章就沒有他們的注釋。九章算術所有與圓面積有關的問題，都取圓周率三計算，劉徽注以為應取五十分之一百五十七，李淳風等補注認為可以用七分之二十二計算，這是對的。但七分之二十二為祖沖之的所謂「約率」，而李淳風等引用此率，稱它為「密率」。後世人誤認七分

之二十二為「密率」的很多，這是李注的謬種流傳。少廣章開立圓術，李淳風等注釋引祖暅之說，介紹球體積公式的理論基礎。綴術書失傳後，祖沖之父子對於球體積的研究，幸有李淳風等的徵引而得流傳到現在。

劉、李注本九章算術到北宋仁宗時有賈憲所撰的細草，原書早已失傳，但永樂大典中保存楊輝所引的賈憲開方法是非常寶貴的數學史料。南宋末有楊輝詳解九章算法十二卷（一二六一），現在僅存商功、均輸、盈不足、方程、句股五章和「九章算法纂類」。楊輝鈔錄的九章算術本文和劉、李二家注文有很多脫誤，但也有可據以對校永樂大典本的文字。清嘉慶初年李潢撰九章算術細草圖說九卷，有校勘、有補圖、有詳草、有說明，發揮九章算術劉徽注的原意，對於讀者是大有裨益的。

版本與校勘

劉、李注本九章算術在宋代有北宋元豐七年（公元一〇八四年）秘書省刻本和南宋嘉定年鮑澣之刻本。明代永樂大典依據九章名義分類抄錄，到清朝初年並未散佚。明代留心古典數學的人很少，九章算術非但沒有新的刻本，連宋代遺留下來的舊書也漸次散佚。清初南京黃虞稷家中有南宋刻本九章算術，僅存方田、粟米、衰分、少廣、商功五章。一六七八年梅文鼎到南京應鄉試時曾到黃家翻閱過。這個殘本九章算術於乾隆中為曲阜孔繼涵所得，嘉慶中為陽城張敦仁所得，今存上海圖書館。常熟毛辰於一六八四年向黃家借鈔得一影宋鈔本。這個影宋的殘本九章算術於乾隆中轉入清宮，作為天祿琳琅閣藏書，今存故宮博物院。一九三二年故宮博物院把它影印為天祿琳琅叢書的一種。

乾隆三十八年（一七七三）開四庫全書館，婺源戴震充四庫全書纂修及分校官。次年，戴震從永樂大典中抄集九章算術九卷，並且做了一番校勘工作。四庫全書本和武英殿聚珍版本九章算術都有戴震的校訂文字和補圖。商務印書館刊行的叢書集成本是依據武英殿本排印的。

戴震的兒女親家孔繼涵刻微波榭本算經十書，其中九章算術九卷採用戴震的校定本。戴震校正的文字，顛撲不破的果然不少，但也有些地方，他師心自用，把原本不錯的文字改掉，後來的讀者很容易被他的蒙蔽而引起誤會。所以作為一個善本書看，微波榭本的參考價值是遠不如武英殿本的。微波榭本九章算術卷九的最後一頁上題稱「大清乾隆三十八年癸巳秋闕里孔氏依汲古閣影宋刻本重雕」，書的底本和刻書年代都有問題，顯然是不足徵信的。此後依據微波榭本翻刻的九章算術有常熟屈曾發的重刻本、南昌梅啓照的算經十書本和商務印書館的萬有文庫本、四部叢刊本等等。

嘉慶年鍾祥李潢撰九章算術細草圖說，用微波榭本作底本，校正了很多錯誤文字。戴震所謂「舛誤不可文從字順容易理解了。但碰到戴震誤改原文的地方，他就沒有能夠糾正過來。方程章最後一題的劉徽注中，敘述了兩個「新術」的演算程序，文字冗長，數字繁瑣，舊刻本的訛文奪字很多，不容易整理。李潢的友人戴敦元和李銳各代為校正一術。李潢就照錄他們的校定稿作為細草圖說的一部分。又，均輸章第八題答數、術文和李淳風等的注文俱有訛字，李潢未能訂正，沈欽裴於李潢死後算校編輯付刻時代為校正。

爲了要恢復唐代立於學官的劉、李注本九章算術，我根據天祿琳琅叢書本和宜稼堂本楊輝詳解九章算法所引，重加校訂，寫出了校勘記四百六十餘條。戴震、李潢二家所校定的文字認為是正確的，於校勘記中聲明他們的開辟草萊的功績。也有各本俱誤而各家漏校或誤校的文字，只能憑個人意見，擅自校改，但在校勘記中保留各本原有的異文衍字。商功章陽馬術和句股章容圓術的劉徽注中各有意義難於理解而不能句讀的文字，無法校訂，只能付之缺疑。

劉徽九章算術注原序

昔在包犧氏始畫八卦，以通神明之德，以類萬物之情，作九九之術以合六爻之變。暨於黃帝神而化之，引而伸之，於是建曆紀，協律呂，用稽道原，然後兩儀四

象精微之氣可得而效焉。記稱隸首作數，其詳未之聞也。按周公制禮而有九數，九數之流，則九章是矣。

往者暴秦焚書，經術散壞。自時厥後，漢北平侯張蒼、大司農中丞耿壽昌皆以善算命世。蒼等因舊文之遺殘，各稱刪補。故校其目則與古或異，而所論者多近語也。

徽幼習九章，長再詳覽。觀陰陽之割裂，總算術之根源，探賾之暇，遂悟其意。是以敢竭頑魯，采其所見，爲之作注。事類相推，各有攸歸，故枝條雖分而同本榦者，知發其一端而已。又所析理以辭，解體用圖，庶亦約而能周，通而不贖，覽之者思過半矣。且算在六藝，古者以賓興賢能，教習國子。雖曰九數，其能窮纖入微，探測無方。至於以法相傳，亦猶規矩度量可得而共，非特難爲也。當今好之者寡，故世雖多通才達學，而未必能綜於此耳。

周官大司徒職，夏至日中立八尺之表，其景尺有五寸，謂之地中。說云，南戴日下萬五千里。夫云爾者，以術推之。按九章立四表望遠及因木望山之術，皆端旁互見，無有超邈若斯之類。然則蒼等爲術猶未足以博盡群數也。徽尋九數有重差之名，原其指趣乃所以施於此也。凡望極高、測絕深而兼知其遠者必用重差，句股則必以重差爲率，故曰重差也。立兩表於洛陽之城，令高八尺。南北各盡平地，同日度其正中之景。以景差爲法，表高乘表間爲實，實如法而一，所得加表高，即日去地也。以南表之景乘表間爲實，實如法而一，即爲從南表至南戴日下也。以南戴日下及日去地爲句、股，爲之求弦，即日去人也。以徑寸之筩南望日，日滿筩空，則定筩之長短以爲股率，以筩徑爲句率，日去人之數爲大股，大股之句即日徑也。雖天圓穹之象猶曰可度，又況泰山之高與江海之廣哉。徽以爲今之史籍且略舉天地之物，考論厥數，載之於志，以闡世術之美。輒造重差，并爲注解，以究古人之意，綴於句股之下。度高者重表，測深者累矩，孤離者三望，離而又旁求者四望。觸類而長之，則雖幽遐詭伏，靡所不入。博物君子，詳而覽焉。

九章算術卷第一

方田

〔一〕今有田廣十五步，從十六步。問爲田幾何？

荅曰：一畝。

〔二〕又有田廣十二步，從十四步。問爲田幾何？

荅曰：一百六十八步。

方田術曰：廣從步數相乘得積步。

以畝法二百四十步除之，即畝數。百畝爲一頃。

〔三〕今有田廣一里，從一里。問爲田幾何？

荅曰：三頃七十五畝。

〔四〕又有田廣二里，從三里。問爲田幾何？

荅曰：二十二頃五十畝。

里田術曰：廣從里數相乘得積里。以三百七十五乘之，即畝數。

〔五〕今有十八分之十二。問約之得幾何？

荅曰：三分之二。

〔六〕又有九十一分之四十九。問約之得幾何？

荅曰：十三分之七。

約分術曰：可半者半之，不可半者，副置分母子之數，以少減多，更相減損，求其等也。以等數約之。

〔七〕今有三分之一，五分之二。問合之得幾何？

荅曰：十五分之十一。

〔八〕又有三分之二，七分之四，九分之五。問合之得幾何？

答曰：得一、六十三分之五十。

〔九〕又有二分之一，三分之二，四分之三，五分之四。問合之得幾何？

答曰：得二、六十分之四十三。

合分術曰：母互乘子，并以爲實，母相乘爲法，實如法而一。不滿法者，以法命之。其母同者，直相從之。

〔一〇〕今有九分之八，減其五分之一。問餘幾何？

答曰：四十五分之三十一。

〔一一〕又有四分之三，減其三分之一。問餘幾何？

答曰：十二分之五。

減分術曰：母互乘子，以少減多，餘爲實，母相乘爲法，實如法而一。

〔一二〕今有八分之五，二十五分之十六。問孰多？多幾何？

答曰：二十五分之十六多，多二百分之三。

〔一三〕又有九分之八，七分之六。問孰多？多幾何？

答曰：九分之八多，多六十三分之二。

〔一四〕又有二十一分之八，五十分之十七。問孰多？多幾何？

答曰：二十一分之八多，多一千五十分之四十三。

課分術曰：母互乘子，以少減多，餘爲實，母相乘爲法，實如法而一，即相多也。

〔一五〕今有三分之一，三分之二，四分之三。問減多益少，各幾何而平？

答曰：減四分之三者二，三分之二者一，并以益三分之一，而各平於十二分之七。

〔一六〕又有二分之一，三分之二，四分之三。問減多益少，各幾何而平？

答曰：減三分之二者一，四分之三者四，并以益二分之一，而各平於三十六分之二十三。

平分術曰：母互乘子，副并爲平實，母相乘爲法。以列數乘未并者各自爲列實。亦以列數乘法，以平實減列實，餘，約之爲所減。并所減以益於少，以法命平實，各得其平。

〔一七〕今有七人，分八錢三分錢之一。問人得幾何？

答曰：人得一錢、二十一分錢之四。

〔一八〕又有三人，三分人之一，分六錢三分錢之一，四分錢之三。問人得幾何？

答曰：人得二錢、八分錢之一。

經分術曰：以人數爲法，錢數爲實，實如法而一。有分者通之，重有分者同而通之。

〔一九〕今有田廣七分步之四，從五分步之三。問爲田幾何？

答曰：三十五分步之十二。

〔二〇〕又有田廣九分步之七，從十一分步之九。問爲田幾何？

答曰：十一分步之七。

〔二一〕又有田廣五分步之四，從九分步之五，問爲田幾何？

答曰：九分步之四。

乘分術曰：母相乘爲法，子相乘爲實，實如法而一。

〔二二〕今有田廣三步、三分步之一，從五步、五分步之二。問爲田幾何？

答曰：十八步。

〔二三〕又有田廣七步、四分步之三，從十五步、九

分步之五。問爲田幾何？

答曰：一百二十步、九分步之五。

〔二四〕又有田廣十八步、七分步之五，從二十三步、十一分步之六。問爲田幾何？

答曰：一畝二百步、十一分步之七。

大廣田術曰：分母各乘其全，分子從之，相乘爲實。分母相乘爲法。實如法而一。

〔二五〕今有圭田廣十二步，正從二十一步。問爲田幾何？

答曰：一百二十六步。

〔二六〕又有圭田廣五步、二分步之一，從八步、三分步之二。問爲田幾何？

答曰：二十三步、六分步之五。

術曰：半廣以乘正從。

〔二七〕今有邪田，一頭廣三十步，一頭廣四十二步，正從六十四步。問爲田幾何？

答曰：九畝一百四十四步。

〔二八〕又有邪田，正廣六十五步，一畔從一百步，一畔從七十二步。問爲田幾何？

答曰：二十三畝七十步。

術曰：并兩邪而半之，以乘正從若廣。又可半正從若廣，以乘并，畝法而一。

〔二九〕今有箕田，舌廣二十步，踵廣五步，正從三十步。問爲田幾何？

答曰：一畝一百三十五步。

〔三〇〕又有箕田，舌廣一百一十七步，踵廣五十步，正從一百三十五步。問爲田幾何？

荅曰：四十六畝二百三十二步半。

術曰：并踵舌而半之，以乘正從。畝法而一。

〔三一〕今有圓田，周三十步，徑十步。問爲田幾何？

荅曰：七十五步。

〔三二〕又有圓田，周一百八十一步，徑六十步、三分步之一。問爲田幾何？

荅曰：十一畝九十步、十二分步之一。

術曰：半周半徑相乘得積步。

又術曰：周徑相乘，四而一。

又術曰：徑自相乘，三之，四而一。

又術曰：周自相乘，十二而一。

〔三三〕今有宛田，下周三十步，徑十六步。問爲田幾何？

荅曰：一百二十步。

〔三四〕又有宛田，下周九十九步，徑五十一步。問爲田幾何？

荅曰：五畝六十二步、四分步之一。

術曰：以徑乘周，四而一。

〔三五〕今有弧田，弦三十步，矢十五步。問爲田幾何？

荅曰：一畝九十七步半。

〔三六〕又有弧田，弦七十八步、二分步之一，矢十三步、九分步之七。問爲田幾何？

荅曰：二畝一百五十五步、八十一分步之五十六。

術曰：以弦乘矢，矢又自乘，并之，二而一。

〔三七〕今有環田，中周九十二步，外周一百二十二步，徑五步。問爲田幾何？

荅曰：二畝五十五步。

〔三八〕又有環田，中周六十二步、四分步之三，外周一百一十三步、二分步之一，徑十二步、三分步之二。問爲田幾何？

荅曰：四畝一百五十六步、四分步之一。

術曰：并中外周而半之，以徑乘之爲積步。

密率術曰：置中外周步數，分母、子各居其下。母互乘子，通全步，內分子。以中周減外周，餘半之，以益中周。徑亦通分內子，以乘周爲實。分母相乘爲法，除之爲積步，餘積步之分。以畝法除之，即畝數也。

九章算術卷第二

粟米

粟米之法：

粟率五十	糲米三十
糲米二十七	鑿米二十四
御米二十一	小●十三半
大●五十四	糲飯七十五
糲飯五十四	鑿飯四十八
御飯四十二	菽、荅、麻、麥各四十五
稻六十	豉六十三
飧九十	熟菽一百三半
粢一百七十五	

今有術曰：以所有數乘所求率爲實，以所有率爲法，實如法而

一。

〔一〕今有粟一斗，欲爲糲米。問得幾何？

荅曰：爲糲米六升。

術曰：以粟求糲米，三之，五而一。

〔二〕今有粟二斗一升，欲爲粳米。問得幾何？

荅曰：爲粳米一斗一升、五十分升之十七。

術曰：以粟求粳米，二十七之，五十而一。

〔三〕今有粟四斗五升，欲爲鑿米。問得幾何？

荅曰：爲鑿米二斗一升、五分升之三。

術曰：以粟求鑿米，十二之，二十五而一。

〔四〕今有粟七斗九升，欲爲御米。問得幾何？

荅曰：爲御米三斗三升、五十分升之九。

術曰：以粟求御米，二十一之，五十而一。

〔五〕今有粟一斗，欲爲小●。問得幾何？

荅曰：爲小●二升、一十分升之七。

術曰：以粟求小●，二十七之，百而一。

〔六〕今有粟九斗八升，欲爲大●。問得幾何？

荅曰：爲大●一十斗五升、二十五分升之二十一。

術曰：以粟求大●，二十七之，二十五而一。

〔七〕今有粟二斗三升，欲爲糲飯。問得幾何？

答曰：爲糲飯三斗四升半。

術曰：以粟求糲飯，三之，二而一。

〔八〕今有粟三斗六升，欲爲粳飯。問得幾何？

答曰：爲粳飯三斗八升、二十五分升之二十二。

術曰：以粟求粳飯，二十七之，二十五而一。

〔九〕今有粟八斗六升，欲爲鑿飯。問得幾何？

答曰：爲鑿飯八斗二升、二十五分升之一十四。

術曰：以粟求鑿飯，二十四之，二十五而一。

〔一〇〕今有粟九斗八升，欲爲御飯。問得幾何？

答曰：爲御飯八斗二升、二十五分升之八。

術曰：以粟求御飯，二十一之，二十五而一。

〔一一〕今有粟三斗少半升，欲爲菽。問得幾何？

答曰：爲菽二斗七升、一十分升之三。

〔一二〕今有粟四斗一升、太半升，欲爲荅。問得幾何？

答曰：爲荅三斗七升半。

〔一三〕今有粟五斗、太半升，欲爲麻。問得幾何？

答曰：爲麻四斗五升、五分升之三。

〔一四〕今有粟一十斗八升、五分升之二，欲爲麥。問得幾何？

荅曰：爲麥九斗七升、二十五分升之一十四。

術曰：以粟求菽、荅、麻、麥，皆九之，十而一。

〔一五〕今有粟七斗五升、七分升之四，欲爲稻。問得幾何？

荅曰：爲稻九斗、三十五分升之二十四。

術曰：以粟求稻，六之，五而一。

〔一六〕今有粟七斗八升，欲爲豉。問得幾何？

荅曰：爲豉九斗八升、二十五分升之七。

術曰：以粟求豉，六十三之，五十而一。

〔一七〕今有粟五斗五升，欲爲飧。問得幾何？

荅曰：爲飧九斗九升。

術曰：以粟求飧，九之，五而一。

〔一八〕今有粟四斗，欲爲熟菽。問得幾何？

荅曰：爲熟菽八斗二升、五分升之四。

術曰：以粟求熟菽，二百七之，百而一。

〔一九〕今有粟二斗，欲爲粳。問得幾何？

荅曰：爲粳七斗。

術曰：以粟求粳，七之，二而一。

〔二〇〕今有糲米十五斗五升、五分升之二，欲爲粟。問得幾何？

荅曰：爲粟二十五斗九升。

術曰：以糲米求粟，五之，三而一。

〔二一〕今有糲米二斗，欲爲粟。問得幾何？

答曰：爲粟三斗七升、二十七分升之一。

術曰：以糲米求粟，五十之，二十七而一。

〔二二〕今有鑿米三斗、少半升，欲爲粟。問得幾何？

答曰：爲粟六斗三升、三十六分升之七。

術曰：以鑿米求粟，二十五之，十三而一。

〔二三〕今有御米十四斗，欲爲粟。問得幾何？

答曰：爲粟三十三斗三升、少半升。

術曰：以御米求粟，五十之，二十一而一。

〔二四〕今有稻一十二斗六升、一十五分升之一十四，欲爲粟。問得幾何？

答曰：爲粟一十斗五升、九分升之七。

術曰：以稻求粟，五之，六而一。

〔二五〕今有糲米一十九斗二升、七分升之一，欲爲糲米。問得幾何？

答曰：爲糲米一十七斗二升、一十四分升之一十三。

術曰：以糲米求糲米，九之，十而一。

〔二六〕今有糲米六斗四升、五分升之三，欲爲糲飯

。問得幾何？

荅曰：爲糲飯一十六斗一升半。

術曰：以糲米求糲飯，五之，二而一。

〔二七〕今有糲飯七斗六升、七分升之四，欲爲飧。
問得幾何？

荅曰：爲飧九斗一升、三十五分升之
三十一。

術曰：以糲飯求飧，六之，五而一。

〔二八〕今有菽一斗，欲爲熟菽。問得幾何？

荅曰：爲熟菽二斗三升。

術曰：以菽求熟菽，二十三之，十而一。

〔二九〕今有菽二斗，欲爲豉。問得幾何？

荅曰：爲豉二斗八升。

術曰：以菽求豉，七之，五而一。

〔三〇〕今有麥八斗六升、七分升之三，欲爲小●，
問得幾何？

荅曰：爲小●二斗五升、一十四分升
之一十三。

術曰：以麥求小●，三之，十而一。

〔三一〕今有麥一斗，欲爲大●。問得幾何？

荅曰：爲大●一斗二升。

術曰：以麥求大●，六之，五而一。

〔三二〕今有出錢一百六十，買瓠甓十八枚。問枚幾何？

荅曰：一枚，八錢、九分錢之八。

〔三三〕今有出錢一萬三千五百，買竹二千三百五十箇。問箇幾何？

荅曰：一箇，五錢、四十七分錢之三十五。

經率術曰：以所買率爲法，所出錢數爲實，實如法得一錢。

〔三四〕今有出錢五千七百八十五，買漆一斛六斗七升、太半升。欲斗率之，問斗幾何。

荅曰：一斗，三百四十五錢、五百三分錢之一十五。

〔三五〕今有出錢七百二十，買縑一匹二丈一尺。欲丈率之，問丈幾何？

荅曰：一丈，一百一十八錢、六十一分錢之二。

〔三六〕今有出錢二千三百七十，買布九匹二丈七尺。欲匹率之，問匹幾何？

荅曰：一匹，二百四十四錢、一百二十九分錢之一百二十四。

〔三七〕今有出錢一萬三千六百七十，買絲一石二鈞一十七斤。欲石率之，問石幾何？

荅曰：一石，八千三百二十六錢、一百九十七分錢之一百七十八。

經術術曰：以所求率乘錢數爲實，以所買率爲法，實如法得一。

〔三八〕今有出錢五百七十六，買竹七十八箇。欲其大小率之，問各幾何？

荅曰：
其四十八箇，箇七錢。
其三十箇，箇八錢。

〔三九〕今有出錢一千一百二十，買絲一石二鈞十八斤。欲其貴賤斤率之，問各幾何？

答曰：
其二鈞八斤，斤五錢。
其一石一十斤，斤六錢。

〔四〇〕今有出錢一萬三千九百七十，買絲一石二鈞二十八斤三兩五銖。欲其貴賤石率之，問各幾何？

答曰：
其一鈞九兩一十二銖，石八千五十一錢。
其一石一鈞二十七斤九兩一十七銖，石八千五十二錢。

〔四一〕今有出錢一萬三千九百七十，買絲一石二鈞二十八斤三兩五銖。欲其貴賤鈞率之，問各幾何？

答曰：
其七斤一十兩九銖，鈞二千一十二錢。
其一石二鈞二十斤八兩二十銖，鈞二千一十三錢。

〔四二〕今有出錢一萬三千九百七十，買絲一石二鈞二十八斤三兩五銖。欲其貴賤斤率之，問各幾何？

答曰：
其一石二鈞七斤十兩四銖，斤六十七錢。
其二十斤九兩一銖，斤六十八錢。

〔四三〕今有出錢一萬三千九百七十，買絲一石二鈞二十八斤三兩五銖。欲其貴賤兩率之，問各幾何？

答曰：
其一石一鈞一十七斤一十四兩一銖，兩四錢。
其一鈞一十斤五兩四銖，兩五錢。
其率

術曰：各置所買石、鈞、斤、兩以爲法，以所率乘錢數爲實，實如法而一。不滿法者反以實減

法，法賤實貴。

〔四四〕今有出錢一萬三千九百七十，買絲一石二鈞二十八斤三兩五銖。欲其貴賤銖率之，問各幾何？

答曰：

其一鈞二十斤六兩十一銖，五銖一錢。

其一石一鈞七斤一十二兩一十八銖，

六銖一錢。

〔四五〕今有出錢六百一十，買羽二千一百猴。欲其貴賤率之，問各幾何？

答曰：

其一千一百四十猴，三猴一錢。

其九百六十猴，四猴一錢。

〔四六〕今有出錢九百八十，買矢筈五千八百二十枚。欲其貴賤率之，問各幾何？

答曰：

其三百枚，五枚一錢。

其五千五百二十枚，六枚一錢。

反其率術曰：以錢數爲法，所率爲實，實如法而一。不滿法者反以實減法，法少，實多。二物各以所得多少之數乘法實，即物數。

九章算術卷第三

衰分

衰分術曰：各置列衰，副并爲法，以所分乘未并者各自爲實，實如法而一。不滿法者，以法命之。

〔一〕今有大夫、不更、簪裹、上造、公士，凡五人，共獵得五鹿。欲以爵次分之，問各得幾何？

答曰：

大夫得一鹿、三分鹿之二。

不更得一鹿、三分鹿之一。
 簪裏得一鹿。
 上造得三分鹿之二。
 公士得三分鹿之一。

術曰：列置爵數，各自爲衰，副并爲法。
 以五鹿乘未并者，各自爲實。實如法得一鹿。

〔二〕今有牛、馬、羊食人苗。苗主責之粟五斗。羊主曰：「我羊食半馬。」馬主曰：「我馬食半牛。」今欲衰償之，問各出幾何？

荅曰：
 牛主出二斗八升、七分升之四。
 馬主出一斗四升、七分升之二。
 羊主出七升、七分升之一。

術曰：置牛四、馬二、羊一，各自爲列衰，副并爲法。以五斗乘未并者各自爲實。實如法得一斗。

〔三〕今有甲持錢五百六十，乙持錢三百五十，丙持錢一百八十，凡三人俱出關，關稅百錢。欲以錢數多少衰出之，問各幾何？

荅曰：
 甲出五十一錢、一百九分錢之四十一。
 乙出三十二錢、一百九分錢之一十二。
 丙出一十六錢、一百九分錢之五十六。

術曰：各置錢數爲列衰，副并爲法，以百錢乘未并者，各自爲實，實如法得一錢。

〔四〕今有女子善織，日自倍，五日織五尺。問日織幾何？

荅曰：
 初日織一寸、三十一分寸之十九。
 次日織三寸、三十一分寸之七。
 次日織六寸、三十一分寸之十四。
 次日織一尺二寸、三十一分寸之二十八。
 次日織二尺五寸、三十一分寸之二十

五。

術曰：置一、二、四、八、十六爲列衰，副并爲法，以五尺乘未并者，各自爲實，實如法得一尺。

〔五〕今有北鄉算八千七百五十八，西鄉算七千二百三十六，南鄉算八千三百五十六，凡三鄉，發徭三百七十八人。欲以算數多少衰出之，問各幾何？

答曰：

北鄉遣一百三十五人、一萬二千一百七十五分人之一萬一千六百三十七。

西鄉遣一百一十二人、一萬二千一百七十五分人之四千四。

南鄉遣一百二十九人、一萬二千一百七十五分人之八千七百九。

術曰：各置算數爲列衰，副并爲法，以所發徭人數乘未并者，各自爲實，實如法得一人。

〔六〕今有稟粟，大夫、不更、簪裹、上造、公士，凡五人，一十五斗。今有大夫一人後來，亦當稟五斗。倉無粟，欲以衰出之，問各幾何？

答曰：

大夫出一斗、四分斗之一。

不更出一斗。

簪裹出四分斗之三。

上造出四分斗之二。

公士出四分斗之一。

術曰：各置所稟粟斛斗數，爵次均之，以爲列衰，副并而加後來大夫亦五斗，得二十以爲法。以五斗乘未并者各自爲實。實如法得一斗。

〔七〕今有稟粟五斛，五人分之，欲令三人得三，二人得二。問各幾何？

答曰：

三人，人得一斛一斗五升、十三分升之五。

二人，人得七斗六升、十三分升之十

二。

術曰：置三人，人三；二人，人二，爲列衰。副并爲法。以五斛乘未并者，各自爲實。實如法得一斛。

返衰術曰：列置衰而令相乘，動者爲不動者衰。

〔八〕今有大夫、不更、簪裹、上造、公士，凡五人，共出百錢。欲令高爵出少，以次漸多，問各幾何？

荅曰：

大夫出八錢、一百三十七分錢之一百四。

不更出一十錢、一百三十七分錢之一百三十。

簪裹出一十四錢、一百三十七分錢之八十二。

上造出二十一錢、一百三十七分錢之一百二十三。

公士出四十三錢、一百三十七分錢之一百九。

術曰：置爵數各自爲衰，而返衰之，副并爲法。以百錢乘未并者各自爲實。實如法得一錢。

〔九〕今有甲持粟三升，乙持糲米三升，丙持糲飯三升。欲令合而分之，問各幾何？

荅曰：

甲二升、一十分升之七。

乙四升、一十分升之五。

丙一升、一十分升之八。

術曰：以粟率五十、糲米率三十、糲飯率七十五爲衰、而返衰之，副并爲法。以九升乘未并者各自爲實。實如法得一升。

〔一〇〕今有絲一斤，價直二百四十。今有錢一千三百二十八，問得絲幾何？

荅曰：五斤八兩一十二銖、三分銖之

四。

術曰：以一斤價數爲法，以一斤乘今有錢數爲實，實如法得絲數。

〔一一〕今有絲一斤價直三百四十三。今有絲七兩一十二銖，問得錢幾何？

荅曰：一百六十一錢、三十二分錢之二十三。

術曰：以一斤銖數爲法，以一斤價數，乘七兩一十二銖爲實。實如法得錢數。

〔一二〕今有縑一丈價直一百二十六。今有縑一匹九尺五寸，問得錢幾何？

荅曰：六百三十三錢、五分錢之三。

術曰：以一丈寸數爲法，以價錢數乘今有縑寸數爲實，實如法得錢數。

〔一三〕今有布一匹，價直一百二十三。今有布二丈七尺，問得錢幾何？

荅曰：八十四錢、分錢之三。

術曰：以一匹尺數爲法，今有布尺數乘價錢爲實，實如法得錢數。

〔一四〕今有素一匹一丈，價直六百二十五。今有錢五百，問得素幾何？

荅曰：

術曰：以價直爲法，以一匹一丈尺數乘今有錢數爲實。實如法得素數。

〔一五〕今有與人絲一十四斤，約得縑一十斤。今與人絲四十五斤八兩，問得縑幾何？

荅曰：三十二斤八兩。

術曰：以一十四斤兩數爲法，以一十斤乘今有絲兩數爲實，實如法得縑數。

〔一六〕今有絲一斤，耗七兩。今有絲二十三斤五兩，問耗幾何？

荅曰：一百六十三兩四銖半。

術曰：以一斤展十六兩爲法，以七兩乘今有絲兩數爲實，實如法得耗數。

〔一七〕今有生絲三十斤，乾之，耗三斤十二兩。今有乾絲一十二斤，問生絲幾何？

荅曰：一十三斤一十一兩十銖、七分銖之二。

術曰：置生絲兩數，除耗數，餘，以爲法。三十斤乘乾絲兩數爲實。實如法得生絲數。

〔一八〕今有田一畝，收粟六升、太半升。今有田一頃二十六畝一百五十九步，問收粟幾何？

荅曰：八斛四斗四升、一十二分升之五。

術曰：以畝二百四十步爲法，以六升、太半升乘今有田積步爲實，實如法得粟數。

〔一九〕今有取保一歲，價錢二千五百。今先取一千二百，問當作日幾何？

荅曰：一百六十九日、二十五分日之二十三。

術曰：以價錢爲法，以一歲三百五十四日乘先取錢數爲實，實如法得日數。

〔二〇〕今有貸人千錢，月息三十。今有貸人七百五十錢，九日歸之，問息幾何？

荅曰：六錢、四分錢之三。

術曰：以月三十日，乘千錢爲法。以息三十乘今所貸錢數，又以九日乘之，爲實。實如法得一錢。

九章算術卷第四

少廣

少廣術曰：置全步及分母子，以最下分母遍乘諸分子及全步，各以其母除其子，置之於左。命通分者，又以分母遍乘諸分子，及已通者皆通而同之，并之爲法。置所求步數，以全步積分乘之爲實。實如法而一，得從步。

〔一〕今有田廣一步半。求田一畝，問從幾何？

答曰：一百六十步。

術曰：下有半，是二分之一。以一爲二，半爲一，并之得三，爲法。置田二百四十步，亦以一爲二乘之，爲實。實如法得從步。

〔二〕今有田廣一步半、三分步之一。求田一畝，問從幾何？

答曰：一百三十步、一十一分步之一十。

術曰：下有三分，以一爲六，半爲三，三分之一爲二，并之得一十一爲法。置田二百四十步，亦以一爲六乘之，爲實。實如法得從步。

〔三〕今有田廣一步半、三分步之一、四分步之一。求田一畝，問從幾何？

答曰：一百一十五步、五分步之一。

術曰：下有四分，以一爲一十二，半爲六，三分之一爲四，四分之一爲三，并之得二十五，以爲法。置田二百四十步，亦以一爲一十二乘之，爲實。實

如法而一，得從步。

〔四〕今有田廣一步半、三分步之一、四分步之一、五分步之一。求田一畝，問從幾何？

答曰：一百五步、一百三十七分步之一十五。

術曰：下有五分，以一爲六十，半爲三十，三分之一爲二十，四分之一爲一十五，五分之一爲一十二，并之得一百三十七，以爲法。置田二百四十步，亦以一爲六十乘之，爲實。實如法得從步。

〔五〕今有田廣一步半、三分步之一、四分步之一、五分步之一、六分步之一。求田一畝，問從幾何？

答曰：九十七步、四十九分步之四十七。

術曰：下有六分，以一爲一百二十，半爲六十，三分之一爲四十，四分之一爲三十，五分之一爲二十四，六分之一爲二十，并之得二百九十四以爲法。置田二百四十步，亦以一爲一百二十乘之，爲實。實如法得從步。

〔六〕今有田廣一步半、三分步之一、四分步之一、五分步之一、六分步之一、七分步之一。求田一畝，問從幾何？

答曰：九十二步、一百二十一分步之六十八。

術曰：下有七分，以一爲四百二十，半爲二百一十，三分之一爲一百四十，四分之一爲一百五，五分之一爲八十四，六分之一爲七十，七分之一爲六十，并之得一千八十九，以爲法。置田二百四十步，亦以一爲四百二十乘之，爲實。實如法得從步。

〔七〕今有田廣一步半、三分步之一、四分步之一、五分步之一、六分步之一、七分步之一、八分步之一。求田一畝，問從幾何？

答曰：八十八步、七百六十一分步之

二百三十二。

術曰：下有八分，以一爲八百四十，半爲四百二十，三分之一爲二百八十，四分之一爲二百一十，五分之一爲一百六十八，六分之一爲一百四十，七分之一爲一百二十，八分之一爲一百五，并之得二千二百八十三，以爲法。置田二百四十步，亦以一爲八百四十乘之，爲實。實如法得從步。

〔八〕今有田廣一步半、三分步之一、四分步之一、五分步之一、六分步之一、七分步之一、八分步之一、九分步之一。求田一畝，問從幾何？

答曰：八十四步、七千一百二十九分步之五千九百六十四。

術曰：下有九分，以一爲二千五百二十，半爲一千二百六十，三分之一爲八百四十，四分之一爲六百三十，五分之一爲五百四，六分之一爲四百二十，七分之一爲三百六十，八分之一爲三百一十五，九分之一爲二百八十，并之得七千一百二十九，以爲法。置田二百四十步，亦以一爲二千五百二十乘之，爲實。實如法得從步。

〔九〕今有田廣一步半、三分步之一、四分步之一、五分步之一、六分步之一、七分步之一、八分步之一、九分步之一、十分步之一。求田一畝，問從幾何？

答曰：八十一步、七千三百八十一分步之六千九百三十九。

術曰：下有一十分，以一爲二千五百二十，半爲一千二百六十，三分之一爲八百四十，四分之一爲六百三十，五分之一爲五百四，六分之一爲四百二十，七分之一爲三百六十，八分之一爲三百一十五，九分之一爲二百八十，十分之一爲二百五十二，并之得七千三百八十一，以爲法。置田二百四十步，亦以一爲二千五百二十乘之，爲實。實如法得從步。

〔一〇〕今有田廣一步半、三分步之一、四分步之一、五分步之一、六分步之一、七分步之一、八分步之一、九分步之一、十分步之一、十一分步之一。求田一畝

，問從幾何？

答曰：七十九步、八萬三千七百一十一分步之三萬九千六百三十一。

術曰：下有一十一分，以一爲二萬七千七百二十，半爲一萬三千八百六十，三分之一爲九千二百四十，四分之一爲六千九百三十，五分之一爲五千五百四十四，六分之一爲四千六百二十，七分之一爲三千九百六十，八分之一爲三千四百六十五，九分之一爲三千八十，一十分之一爲二千七百七十二，一十一分之一爲二千五百二十，并之得八萬三千七百一十一，以爲法。置田二百四十步，亦以一爲二萬七千七百二十乘之，爲實。實如法得從步。

〔一一〕今有田廣一步半、三分步之一、四分步之一、五分步之一、六分步之一、七分步之一、八分步之一、九分步之一、十分步之一、十一分步之一、十二分步之一。求田一畝，問從幾何？

答曰：七十七步、八萬六千二十一一分步之二萬九千一百八十三。

術曰：下有一十二分，以一爲八萬三千一百六十，半爲四萬一千五百八十，三分之一爲二萬七千七百二十，四分之一爲二萬七百九十，五分之一爲一萬六千六百三十二，六分之一爲一萬三千八百六十，七分之一爲一萬一千八百八十，八分之一爲一萬三百九十五，九分之一爲九千二百四十，一十分之一爲八千三百一十六，十一分之一爲七千五百六十，十二分之一爲六千九百三十，并之得二十五萬八千六十三，以爲法。置田二百四十步，亦以一爲八萬三千一百六十乘之，爲實。實如法得從步。

〔一二〕今有積五萬五千二百二十五步。問爲方幾何？

答曰：二百三十五步。

〔一三〕又有積二萬五千二百八十一。問爲方幾何？

答曰：一百五十九步。

〔一四〕又有積七萬一千八百二十四步。問爲方幾何？

答曰：二百六十八步。

〔一五〕又有積五十六萬四千七百五十二步、四分步之一。問爲方幾何？

答曰：七百五十一半。

〔一六〕又有積三十九億七千二百一十五萬六百二十五步。問爲方幾何？

答曰：六萬三千二十五步。

開方術曰：置積爲實。借一算步之，超一等。議所得，以一乘所借一算爲法，而以除。除已，倍法爲定法。其復除。折法而下。復置借算步之如初，以復議一乘之，所得副，以加定法，以除。以所得副從定法。復除折下如前。若開之不盡者爲不可開，當以面命之。若實有分者，通分內子爲定實。乃開之，訖，開其母報除。若母不可開者，又以母乘定實，乃開之，訖，令如母而一。

〔一七〕今有積一千五百一十八步、四分步之三。問爲圓周幾何？

答曰：一百三十五步。

〔一八〕今有積三百步。問爲圓周幾何？

答曰：六十步。

開圓術曰：置積步數，以十二乘之，以開方除之，即得周。

〔一九〕今有積一百八十六萬八百六十七尺。問爲立方幾何？

答曰：一百二十三尺。

〔二〇〕今有積一千九百五十三尺、八分尺之一。問爲立方幾何？

答曰：一十二尺半。

〔二一〕今有積六萬三千四百一尺、五百一十二分尺之四百四十七。問爲立方幾何？

荅曰：三十九尺、八分尺之七。

〔二二〕又有積一百九十三萬七千五百四十一尺、二十七分尺之一十七。問爲立方幾何？

荅曰：一百二十四尺、太半尺。

開立方術曰：置積爲實。借一算步之，超二等。議所得，以再乘所借一算爲法，而除之。除已，三之爲定法。復除，折而下。以三乘所得數置中行。復借一算置下行。步之，中超一，下超二等。復置議，以一乘中，再乘下，皆副以加定法。以定法除。除已，倍下、并中從定法。復除，折下如前。開之不盡者，亦爲不可開。若積有分者，通分內子爲定實。定實乃開之，訖，開其母以報除。若母不可開者，又以母再乘定實，乃開之。訖，令如母而一。

〔二三〕今有積四千五百尺。問爲立圓徑幾何？

荅曰：二十尺。

〔二四〕又有積一萬六千四百四十八億六千六百四十三萬七千五百尺。問爲立圓徑幾何？

荅曰：一萬四千三百尺。

開立圓術曰：置積尺數，以十六乘之，九而一，所得開立方除之，即丸徑。

九章算術卷第五

商功

〔一〕今有穿地積一萬尺。問爲堅、壤各幾何？

荅曰：
爲堅七千五百尺。

爲壤一萬二千五百尺。

術曰：穿地四，爲壤五，爲堅三，爲墟四。
。以穿地求壤，五之；求堅，三之，皆四而一。以壤求穿，四之；求堅，三之，皆五而一。以堅求穿，四之；求壤，五之，皆三而一。

城、垣、隄、溝、濬、渠，皆同術。

術曰：并上下廣而半之，以高若深乘之，又以袤乘之，即積尺。

〔二〕今有城下廣四丈，上廣二丈，高五丈，袤一百二十六丈五尺。問積幾何？

答曰：一百八十九萬七千五百尺。

〔三〕今有垣下廣三尺，上廣二尺，高一丈二尺，袤二十二丈五尺八寸。問積幾何？

答曰：六千七百七十四尺。

〔四〕今有隄下廣二丈，上廣八尺，高四尺，袤一十二丈七尺。問積幾何？

答曰：七千一百一十二尺。

冬程人功四百四十四尺。問用徒幾何？

答曰：一十六人、一百一十一分人之二。

術曰：以積尺爲實，程功尺數爲法，實如法而一，即用徒人數。

〔五〕今有溝上廣一丈五尺，下廣一丈，深五尺，袤七丈。問積幾何？

答曰：四千三百七十五尺。

春程人功七百六十六尺，并出土功五分之一，定功六百一十二尺、五分尺之四。問用徒幾何？

答曰：七人、三千六十四分人之四百二十七。

術曰：置本人功，去其五分之一，餘爲法。以溝積尺爲實。實如法而一，得用徒人數。

〔六〕今有塹上廣一丈六尺三寸，下廣一丈，深六尺三寸，袤一十三丈二尺一寸。問積幾何？

答曰：一萬九百四十三尺八寸。

夏程人功八百七十一尺。并出土功五分之一，沙礫水石之功作太半，定功二百三十二尺、一十五分尺之四。問用徒幾何？

答曰：四十七人、三千四百八十四分人之四百九。

術曰：置本人功，去其出土功五分之一，又去沙礫水石之功太半，餘爲法。以塹積尺爲實。實如法而一，即用徒人數。

〔七〕今有穿渠上廣一丈八尺，下廣三尺六寸，深一丈八尺，袤五萬一千八百二十四尺。問積幾何？

答曰：一千七萬四千五百八十五尺六寸。

秋程人功三百尺，問用徒幾何？

答曰：三萬三千五百八十二人功。內少一十四尺四寸。

一千人先到，問當受袤幾何？

答曰：一百五十四丈三尺二寸、八十一分寸之八。

術曰：以一人功尺數，乘先到人數爲實。并渠上下廣而半之，以深乘之爲法。實如法得袤尺。

〔八〕今有方堡壙方一丈六尺，高一丈五尺。問積幾何？

荅曰：三千八百四十尺。

術曰：方自乘，以高乘之，即積尺。

〔九〕今有圓堡壙，周四丈八尺，高一丈一尺。問積幾何？

荅曰：二千一百一十二尺。

術曰：周自相乘，以高乘之，十二而一。

〔一〇〕今有方亭，下方五丈，上方四丈，高五丈。問積幾何？

荅曰：一十萬一千六百六十六尺、太半尺。

術曰：上下方相乘，又各自乘，并之，以高乘之，三而一。

〔一一〕今有圓亭，下周三丈，上周二丈，高一丈。問積幾何？

荅曰：五百二十七尺、九分尺之七。

術曰：上、下周相乘，又各自乘，并之，以高乘之，三十六而一。

〔一二〕今有方錐下方二丈七尺，高二丈九尺。問積幾何？

荅曰：七千四十七尺。

術曰：下方自乘，以高乘之，三而一。

〔一三〕今有圓錐下周三丈五尺，高五丈一尺。問積幾何？

荅曰：一千七百三十五尺、一十二分尺之五。

術曰：下周自乘，以高乘之，三十六而一。

〔一四〕今有塹堵下廣二丈，袤一十八丈六尺，高二

丈五尺。問積幾何？

答曰：四萬六千五百尺。

術曰：廣袤相乘，以高乘之，二而一。

〔一五〕今有陽馬，廣五尺，袤七尺，高八尺。問積幾何？

答曰：九十三尺、少半尺。

術曰：廣袤相乘，以高乘之，三而一。

〔一六〕今有鱉臑下廣五尺，無袤，上袤四尺，無廣，高七尺。問積幾何？

答曰：二十三尺、少半尺。

術曰：廣袤相乘，以高乘之，六而一。

〔一七〕今有羨除，下廣六尺，上廣一丈，深三尺，末廣八尺，無深，袤七尺。問積幾何？

答曰：八十四尺。

術曰：并三廣，以深乘之，又以袤乘之，六而一。

〔一八〕今有芻蕘，下廣三丈，袤四丈，上袤二丈，無廣，高一丈。問積幾何？

答曰：五千尺。

術曰：倍下袤，上袤從之，以廣乘之，又以高乘之，六而一。

芻童、曲池、盤池、冥谷，皆同術。

術曰：倍上袤，下袤從之，亦倍下袤，上袤從之，各以其廣乘之，并，以高若深乘之，皆六而一。其曲池者，并上中、外周而半之，以爲上袤；亦并下中、外周而半之，以爲下袤。

〔一九〕今有芻童，下廣二丈，袤三丈，上廣三丈，

袤四丈，高三丈。問積幾何？

答曰：二萬六千五百尺。

〔二〇〕今有曲池，上中周二丈，外周四丈，廣一丈，下中周一丈四尺，外周二丈四尺，廣五尺，深一丈。問積幾何？

答曰：一千八百八十三尺三寸、少半寸。

〔二一〕今有盤池，上廣六丈，袤八丈，下廣四丈，袤六丈，深二丈。問積幾何？

答曰：七萬六百六十六尺、太半尺。

負土往來七十步，其二十步上下棚除。棚除二當平道五，踟躕之間十加一，載輸之間三十步，定一返一百四十步。土籠積一尺六寸，秋程人功行五十九里半。問人到、積尺、用徒各幾何？

答曰：

人到二百四尺。

用徒三百四十六人、一百五十三分人

之六十二。

術曰：以一籠積尺乘程行步數爲實。往來上下，棚除二當平道五。置定往來步數，十加一，及載輸之間三十步以爲法。除之，所得即一人所到尺。以所到約積尺，即用徒人數。

〔二二〕今有冥谷上廣二丈，袤七丈，下廣八尺，袤四丈，深六丈五尺。問積幾何？

答曰：五萬二千尺。

載土往來二百步，載輸之間一里，程行五十八里，六人共車，車載三十四尺七寸。問人到積尺及用徒各幾何？

答曰：

人到二百一尺、五十分尺之十三。

用徒二百五十八人、一萬六十三分人

之三千七百四十六。

術曰：以一車積尺乘程行步數爲實。置今往來步數，加載輸之間一里，以車六人乘之，爲法。除之，所得即一人所到尺。以所到約積尺，即用徒人數。

〔二三〕今有委粟平地，下周一十二丈，高二丈。問積及爲粟幾何？

答曰：
積八千尺。
爲粟二千九百六十二斛、二十七分斛

之二十六。

〔二四〕今有委菽依垣，下周三丈，高七尺。問積及爲菽各幾何？

答曰：
積三百五十尺。
爲菽一百四十四斛、二百四十三分斛

之八。

〔二五〕今有委米依垣內角，下周八尺，高五尺。問積及爲米幾何？

答曰：
積三十五尺、九分尺之五。
爲米二十一斛，七百二十九分斛之六

百九十一。

委粟術曰：下周自乘，以高乘之，三十六而一。其依垣者，十八而一。其依垣內角者，九而一。

程粟一斛，積二尺七寸。其米一斛，積一尺六寸、五分寸之一。其菽、荅、麻、麥一斛，皆二尺四寸、十分寸之三。

〔二六〕今有穿地，袤一丈六尺，深一丈，上廣六尺，爲垣積五百七十六尺。問穿地下廣幾何？

答曰：三尺、五分尺之三。

術曰：置垣積尺，四之爲實。以深、袤相乘，又三之，爲法。所得倍之，減上廣，餘即下廣。

〔二七〕今有倉廣三丈，袤四丈五尺，容粟一萬斛。問高幾何？

荅曰：二丈。

術曰：置粟一萬斛積尺爲實。廣袤相乘爲法。實如法而一，得高尺。

〔二八〕今有圓困，高一丈三尺三寸、少半寸，容米二千斛。問周幾何？

荅曰：五丈四尺。

術曰：置米積尺，以十二乘之，令高而一，所得，開方除之，即周。

九章算術卷第六

均輸

〔一〕今有均輸粟：甲縣一萬戶，行道八日；乙縣九千五百戶，行道十日；丙縣一萬二千三百五十戶，行道十三日；丁縣一萬二千二百戶，行道二十日，各到輸所。凡四縣賦，當輸二十五萬斛，用車一萬乘。欲以道里遠近，戶數多少，衰出之。問粟、車各幾何？

荅曰：

甲縣粟八萬三千一百斛，車三千三百二十四乘。

乙縣粟六萬三千一百七十五斛，車二千五百二十七乘。

丙縣粟六萬三千一百七十五斛，車二千五百二十七乘。

丁縣粟四萬五百五十斛，車一千六百二十二乘。

均輸術曰：令縣戶數，各如其本行道日數而一，以爲衰。甲衰一百二十五，乙、丙衰各九十五，丁衰六十一，副并爲法。以賦粟、車數乘未并者，各自

爲實。實如法得一車。有分者，上下輩之。以二十五斛乘車數，即粟數。

〔二〕今有均輸卒：甲縣一千二百人，薄塞；乙縣一千五百五十人，行道一日；丙縣一千二百八十人，行道二日；丁縣九百九十人，行道三日；戊縣一千七百五十人，行道五日。凡五縣，賦輸卒一月一千二百人。欲以遠近、戶率，多少衰出之。問縣各幾何？

答曰：

甲縣二百二十九人。

乙縣二百八十六人。

丙縣二百二十八人。

丁縣一百七十一人。

戊縣二百八十六人。

術曰：令縣卒，各如其居所及行道日數而一，以爲衰。甲衰四，乙衰五，丙衰四，丁衰三，戊衰五，副并爲法。以人數乘未并者各自爲實。實如法而一。有分者，上下輩之。

〔三〕今有均賦粟：甲縣二萬五百二十戶，粟一斛二十錢，自輸其縣；乙縣一萬二千三百一十二戶，粟一斛一十錢，至輸所二百里；丙縣七千一百八十二戶，粟一斛一十二錢，至輸所一百五十里；丁縣一萬三千三百三十八戶，粟一斛一十七錢，至輸所二百五十里；戊縣五千一百三十戶，粟一斛一十三錢，至輸所一百五十里。凡五縣賦，輸粟一萬斛。一車載二十五斛，與僦一里一錢。欲以縣戶輸粟，令費勞等。問縣各粟幾何？

答曰：

甲縣三千五百七十一斛、二千八百七十三分斛之五百一十七。

乙縣二千三百八十斛、二千八百七十三分斛之二千二百六十。

丙縣一千三百八十八斛、二千八百七十三分斛之二千二百七十六。

丁縣一千七百一十九斛、二千八百七十三分斛之一千三百一十三。

戊縣九百三十九斛、二千八百七十三分斛之二千二百五十三。

術曰：以一里僦價，乘至輸所里，以一車二十五斛除之，加一斛粟價，則致一斛之費。各以約其戶數，爲衰。甲衰一千二十六，乙衰六百八十四，丙衰三百九十九，丁衰四百九十四，戊衰二百七十，副并爲法。所賦粟乘未并者，各自爲實。實如法得一。

〔四〕今有均賦粟，甲縣四萬二千算，粟一斛二十，自輸其縣；乙縣三萬四千二百七十二算，粟一斛一十八，傭價一日一十錢，到輸所七十里；丙縣一萬九千三百二十八算，粟一斛一十六，傭價一日五錢，到輸所一百四十里；丁縣一萬七千七百算，粟一斛一十四，傭價一日五錢，到輸所一百七十五里；戊縣二萬三千四十算，粟一斛一十二，傭價一日五錢，到輸所二百一十里；己縣一萬九千一百三十六算，粟一斛一十，傭價一日五錢，到輸所二百八十里。凡六縣賦粟六萬斛，皆輸甲縣。六人共車，車載二十五斛，重車日行五十里，空車日行七十里，載輸之間各一日。粟有貴賤，傭各別價，以算出錢，令費勞等。問縣各粟幾何？

答曰：

甲縣一萬八千九百四十七斛、一百三十三分斛之四十九。

乙縣一萬八百二十七斛、一百三十三分斛之九。

丙縣七千二百一十八斛、一百三十三分斛之六。

丁縣六千七百六十六斛、一百三十三分斛之一百二十二。

戊縣九千二十二斛、一百三十三分斛之七十四。

己縣七千二百一十八斛、一百三十三分斛之六。

術曰：以車程行空、重相乘爲法，并空、重以乘道里，各自爲實，實如法得一日。加載輸各一日，而以六人乘之，又以傭價乘之，以二十五斛除之，加一斛粟價，即致一斛之費。各以約其算數爲衰，副并爲法，以所賦粟乘未并者，各自爲實。實如法得一斛。

〔五〕今有粟七斗，三人分舂之，一人爲糲米，一人爲粳米，一人爲鑿米，令米數等。問取粟爲米各幾何？

答曰：

糲米取粟二斗、一百二十一分斗之一十。

粳米取粟二斗、一百二十一分斗之三十八。

鑿米取粟二斗、一百二十一分斗之七十三。

爲米各一斗、六百五分斗之一百五十一。

術曰：列置糲米三十，粳米二十七，鑿米二十四，而反衰之，副并爲法。以七斗乘未并者，各自爲取粟實。實如法得一斗。若求米等者，以本率各乘定所取粟爲實，以粟率五十爲法，實如法得一斗。

〔六〕今有人當稟粟二斛。倉無粟，欲與米一、菽二，以當所稟粟。問各幾何？

答曰：

米五斗一升、七分升之三。

菽一斛二升、七分升之六。

術曰：置米一、菽二求爲粟之數。并之得三、九分之八，以爲法。亦置米一、菽二，而以粟二斛乘之，各自爲實。實如法得一斛。

〔七〕今有取傭負鹽二斛，行一百里，與錢四十。今負鹽一斛七斗三升、少半升，行八十里。問與錢幾何？

答曰：二十七錢、十五分錢之十一。

術曰：置鹽二斛升數，以一百里乘之爲法。以四十錢乘今負鹽升數，又以八十里乘之，爲實。實如法得一錢。

〔八〕今有負籠重一石一十七斤，行七十六步，五十返。今負籠重一石，行百步，問返幾何？

答曰：四十三返、六十分返之二十三。

。

術曰：以今所行步數乘今籠重斤數爲法，故籠重斤數乘故步，又以返數乘之，爲實。實如法得一

返。

〔九〕今有程傳委輸，空車日行七十里，重車日行五十里。今載太倉粟輸上林，五日三返。問太倉去上林幾何？

荅曰：四十八里、十八分里之十一。

術曰：并空、重里數，以三返乘之，爲法。令空、重相乘，又以五日乘之，爲實。實如法得一里。

〔一〇〕今有絡絲一斤爲練絲一十二兩，練絲一斤爲青絲一斤十二銖。今有青絲一斤，問本絡絲幾何？

荅曰：一斤四兩一十六銖、三十三分銖之十六。

術曰：以練絲十二兩乘青絲一斤一十二銖爲法。以青絲一斤銖數乘練絲一斤兩數，又以絡絲一斤乘之，爲實。實如法得一斤。

〔一一〕今有惡粟二十斗，舂之，得糲米九斗。今欲求糲米十斗，問惡粟幾何？

荅曰：二十四斗六升、八十一分升之七十四。

術曰：置糲米九斗，以九乘之，爲法。亦置糲米十斗，以十乘之，又以惡粟二十斗乘之，爲實。實如法得一斗。

〔一二〕今有善行者行一百步，不善行者行六十步。今不善行者先行一百步，善行者追之，問幾何步及之？

荅曰：二百五十步。

術曰：置善行者一百步，減不善行者六十步，餘四十步，以爲法。以善行者之一百步，乘不善行者先行一百步，爲實。實如法得一步。

〔一三〕今有不善行者先行一十里，善行者追之一百里，先至不善行者二十里。問善行者幾何里及之？

荅曰：三十三里、少半里。

術曰：置不善行者先行一十里，以善行者先至二十里增之，以爲法。以不善行者先行一十里，乘善行者一百里，爲實。實如法得一里。

〔一四〕今有兔先走一百步，犬追之二百五十步，不及三十步而止。問犬不止，復行幾何步及之？

荅曰：一百七步、七分步之一。

術曰：置兔先走一百步，以犬走不及三十步減之，餘爲法。以不及三十步乘犬追步數爲實，實如法得一步。

〔一五〕今有人持金十二斤出關。關稅之，十分而取一。今關取金二斤，償錢五千。問金一斤值錢幾何？

荅曰：六千二百五十。

術曰：以一十乘二斤，以十二斤減之，餘爲法。以一十乘五千爲實。實如法得一錢。

〔一六〕今有客馬日行三百里。客去忘持衣，日已三分之一，主人乃覺。持衣追及與之而還，至家視日四分之三。問主人馬不休，日行幾何？

荅曰：七百八十里。

術曰：置四分日之三，除三分日之一，半其餘以爲法。副置法，增三分日之一，以三百里乘之，爲實。實如法，得主人馬一日行。

〔一七〕今有金錐，長五尺。斬本一尺，重四斤。斬末一尺，重二斤。問次一尺各重幾何？

荅曰：末一尺，重二斤。
次一尺，重二斤八兩。
次一尺，重三斤。
次一尺，重三斤八兩。
次一尺，重四斤。

術曰：令末重減本重，餘即差率也。又置

本重，以四間乘之，爲下第一衰。副置，以差率減之，每尺各自爲衰。副置下第一衰以爲法，以本重四斤遍乘列衰，各自爲實。實如法得一斤。

〔一八〕今有五人分五錢，令上二人所得與下三人等。問各得幾何？

答曰：
 甲得一錢、六分錢之二，
 乙得一錢、六分錢之一，
 丙得一錢，
 丁得六分錢之五，
 戊得六分錢之四。

術曰：置錢錐行衰，并上二人爲九，并下三人爲六。六少於九，三。以三均加焉，副并爲法。以所分錢乘未并者各自爲實。實如法得一錢。

〔一九〕今有竹九節，下三節容四升，上四節容三升。問中間二節欲均容各多少？

答曰：
 下初，一升、六十六分升之二十九，
 次一升、六十六分升之二十二，
 次一升、六十六分升之一十五，
 次一升、六十六分升之八，
 次一升、六十六分升之一，
 次六十六分升之六十，
 次六十六分升之五十三，
 次六十六分升之四十六，
 次六十六分升之三十九。

術曰：以下三節分四升爲下率，以上四節分三升爲上率。上下率以少減多，餘爲實。置四節、三節，各半之，以減九節，餘爲法。實如法得一升，即衰相去也。下率，一升、少半升者，下第二節容也。

〔二〇〕今有鳧起南海，七日至北海；鴈起北海，九日至南海。今鳧鴈俱起。問何日相逢？

答曰：三日、十六分日之十五。

術曰：并日數爲法，日數相乘爲實，實如法得一日。

〔二一〕今有甲發長安，五日至齊；乙發齊，七日至長安。今乙發已先二日，甲乃發長安。問幾何日相逢？

荅曰：二日、十二分日之一。

術曰：并五日、七日以爲法。以乙先發二日減七日，餘，以乘甲日數爲實。實如法得一日。

〔二二〕今有一人一日爲牡瓦三十八枚，一人一日爲牝瓦七十六枚。今令一人一日作瓦，牝、牡相半，問成瓦幾何？

荅曰：二十五枚、少半枚。

術曰：并牝、牡爲法，牝牡相乘爲實，實如法得一枚。

〔二三〕今有一人一日矯矢五十，一人一日羽矢三十，一人一日箬矢十五。今令一人一日自矯、羽、箬，問成矢幾何？

荅曰：八矢、少半矢。

術曰：矯矢五十，用徒一人。羽矢三十，用徒一人、太半人。箬矢十五，用徒三人、少半人。并之，得六人，以爲法。以五十矢爲實。實如法得一矢。

〔二四〕今有假田，初假之歲三畝一錢，明年四畝一錢，後年五畝一錢。凡三歲得一百，問田幾何？

荅曰：一頃二十七畝、四十七分畝之三十一。

術曰：置畝數及錢數，令畝數互乘錢數，并以爲法。畝數相乘，又以百錢乘之，爲實。實如法得一畝。

〔二五〕今有程耕，一人一日發七畝，一人一日耕三畝，一人一日耰種五畝。今令一人一日自發、耕、耰種之，問治田幾何？

荅曰：一畝一百一十四步、七十一分步之六十六。

術曰：置發、耕、耰畝數，令互乘人數，并以爲法。畝數相乘爲實。實如法得一畝。

〔二六〕今有池，五渠注之。其一渠開之，少半日一滿；次，一日一滿；次，二日半一滿；次，三日一滿；次，五日一滿。今皆決之，問幾何日滿池？

荅曰：七十四分日之十五。

術曰：各置渠一日滿池之數，并以爲法。以一日爲實。實如法得一日。其一術，列置日數及滿數，今日互相乘滿，并以爲法，日數相乘爲實，實如法得一日。

〔二七〕今有人持米出三關，外關三而取一，中關五而取一，內關七而取一，餘米五斗。問本持米幾何？

荅曰：十斗九升、八分升之三。

術曰：置米五斗。以所稅者三之，五之，七之，爲實。以餘不稅者二、四、六相乘爲法。實如法得一斗。

〔二八〕今有人持金出五關，前關二而稅一，次關三而稅一，次關四而稅一，次關五而稅一，次關六而稅一。并五關所稅，適重一斤。問本持金幾何？

荅曰：一斤三兩四銖、五分銖之四。

術曰：置一斤，通所稅者以乘之爲實。亦通其不稅者以減所通，餘爲法。實如法得一斤。

九章算術卷第七

盈不足

〔一〕今有共買物，人出八，盈三；人出七，不足四。問人數、物價各幾何？

荅曰：七人，

物價五十三。

〔二〕今有共買雞，人出九，盈十一；人出六，不足十六。問人數、雞價各幾何？

荅曰：九人，
雞價七十。

〔三〕今有共買璫，人出半，盈四；人出少半，不足三。問人數、璫價各幾何？

荅曰：四十二人，
璫價十七。

〔四〕今有共買牛，七家共出一百九十，不足三百三十；九家共出二百七十，盈三十。問家數、牛價各幾何？

荅曰：一百二十六家，
牛價三千七百五十。

盈不足術曰：置所出率，盈、不足各居其下。令維乘所出率，并以爲實。并盈、不足爲法。實如法而一。有分者，通之。盈不足相與同其買物者，置所出率，以少減多，餘，以約法、實。實爲物價，法爲人數。

其一術曰：并盈不足爲實。以所出率以少減多，餘爲法。實如法得一人。以所出率乘之，減盈、增不足即物價。

〔五〕今有共買金，人出四百，盈三千四百；人出三百，盈一百。問人數、金價各幾何？

荅曰：三十三人。
金價九千八百。

〔六〕今有共買羊，人出五，不足四十五；人出七，不足三。問人數、羊價各幾何？

荅曰：二十一人，
羊價一百五十。

兩盈、兩不足術曰：置所出率，盈、不足各居其下。令維乘所出率，以少減多，餘爲實。兩盈、兩不足以少減多，餘爲法。實如法而一。有分者通之。兩盈、兩不足相與同其買物者，置所出率，以少減多，餘，以約法實，實爲物價，法爲人數。

其一術曰：置所出率，以少減多，餘爲法。兩盈、兩不足，以少減多，餘爲實。實如法而一得人數。以所出率乘之，減盈、增不足，即物價。

〔七〕今有共買豕，人出一百，盈一百；人出九十，適足。問人數、豕價各幾何？

答曰：一十人，
豕價九百。

〔八〕今有共買犬，人出五，不足九十；人出五十，適足。問人數、犬價各幾何？

答曰：二人，
犬價一百。

盈、適足，不足、適足術曰：以盈及不足之數爲實。置所出率，以少減多，餘爲法。實如法得一人。其求物價者，以適足乘人數得物價。

〔九〕今有米在十斗桶中，不知其數。滿中添粟而舂之，得米七斗。問故米幾何？

答曰：二斗五升。

術曰：以盈不足術求之，假令故米二斗，不足二升。令之三斗，有餘二升。

〔一〇〕今有垣高九尺。瓜生其上，蔓日長七寸。瓠生其下，蔓日長一尺。問幾何日相逢？瓜、瓠各長幾何？

答曰：五日、十七分日之五。
瓜長三尺七寸、十七分寸之一，
瓠長五尺二寸、十七分寸之十六。

術曰：假令五日，不足五寸。令之六日，有餘一尺二寸。

〔一一〕今有蒲生一日，長三尺。莞生一日，長一尺。蒲生日自半。莞生日自倍。問幾何日而長等？

答曰：二日、十三分日之六。
各長四尺八寸、十三分寸之六。

術曰：假令二日，不足一尺五寸。令之三日，有餘一尺七寸半。

〔一二〕今有垣厚五尺，兩鼠對穿。大鼠日一尺，小鼠亦日一尺。大鼠日自倍，小鼠日自半。問幾何日相逢？各穿幾何？

答曰：二日、十七分日之二。
大鼠穿三尺四寸、十七分寸之十二，
小鼠穿一尺五寸、十七分寸之五。

術曰：假令二日，不足五寸。令之三日，有餘三尺七寸半。

〔一三〕今有醇酒一斗，直錢五十；行酒一斗，直錢一十。今將錢三十，得酒二斗。問醇、行酒各得幾何？

答曰：醇酒二升半，
行酒一斗七升半。

術曰：假令醇酒五升，行酒一斗五升，有餘一十。令之醇酒二升，行酒一斗八升，不足二。

〔一四〕今有大器五、小器一容三斛；大器一、小器五容二斛。問大、小器各容幾何？

答曰：大器容二十四分斛之十三，

小器容二十四分斛之七。

術曰：假令大器五斗，小器亦五斗，盈一十斗。令之大器五斗五升，小器二斗五升，不足二斗。

〔一五〕今有漆三得油四，油四和漆五。今有漆三斗，欲令分以易油，還自和餘漆。問出漆、得油、和漆各幾何？

答曰：出漆一斗一升、四分升之一，
得油一斗五升，
和漆一斗八升，四分升之三。

術曰：假令出漆九升，不足六升。令之出漆一斗二升，有餘二升。

〔一六〕今有玉方一寸，重七兩；石方一寸，重六兩。今有石立方三寸，中有玉，并重十一斤。問玉、石重各幾何？

答曰：玉一十四寸，重六斤二兩。
石一十三寸，重四斤十四兩。

術曰：假令皆玉，多十三兩。令之皆石，不足十四兩。不足爲玉，多爲石。各以一寸之重乘之，得玉石之積重。

〔一七〕今有善田一畝，價三百；惡田七畝，價五百。今并買一頃，價錢一萬。問善、惡田各幾何？

答曰：善田一十二畝半，
惡田八十七畝半。

術曰：假令善田二十畝，惡田八十畝，多一千七百一十四錢、七分錢之二。令之善田一十畝，惡田九十畝，不足五百七十一錢、七分錢之三。

〔一八〕今有黃金九枚，白銀一十一枚，稱之重適等。交易其一，金輕十三兩。問金、銀一枚各重幾何？

答曰：金重二斤三兩一十八銖，
銀重一斤十三兩六銖。

術曰：假令黃金三斤，白銀二斤、一十一分斤之五，不足四十九，於右行。令之黃金二斤，白銀一斤、一十一分斤之七，多一十五於左行。以分母各乘其行內之數，以盈不足維乘所出率，并以爲實。并盈不足爲法。實如法，得黃金重。分母乘法以除，得銀重。約之得分也。

〔一九〕今有良馬與駑馬發長安至齊。齊去長安三千里。良馬初日行一百九十三里，日增十三里。駑馬初日

行九十七里，日減半里。良馬先至齊，復還迎駑馬。問幾何日相逢及各行幾何？

答曰：一十五日、一百九十一分日之一百三十五而相逢。

良馬行四千五百三十四里、一百九十一分里之四十六。

駑馬行一千四百六十五里、一百九十一分里之一百四十五。

術曰：假令十五日，不足三百三十七里半。令之十六日，多一百四十里。以盈、不足維乘假令之數，并而爲實。并盈不足爲法。實如法而一，得日數。不盡者，以等數除之而命分。

〔二〇〕今有人持錢之蜀，賈利十三。初返歸一萬四千，次返歸一萬三千，次返歸一萬二千，次返歸一萬一千，後返歸一萬。凡五返歸錢，本利俱盡。問本持錢及利各幾何？

答曰：本三萬四百六十八錢、三十七萬一千二百九十三分錢之八萬四千八百七十六。利二萬九千五百三十一錢、三十七萬一千二百九十三分錢之二十八萬六千四百一十七。

術曰：假令本錢三萬，不足一千七百三十八錢半。令之四萬，多三萬五千三百九十錢八分。

九章算術卷第八

方程

〔一〕今有上禾三秉，中禾二秉，下禾一秉，實三十九斗；上禾二秉，中禾三秉，下禾一秉，實三十四斗；上禾一秉，中禾二秉，下禾三秉，實二十六斗。問上、中、下禾實一秉各幾何？

答曰：

上禾一秉，九斗、四分斗之一，

中禾一秉，四斗、四分斗之一，
下禾一秉，二斗、四分斗之三。

方程術曰，置上禾三秉，中禾二秉，下禾一秉，實三十九斗，於右方。中、左禾列如右方。以右行上禾遍乘中行而以直除。又乘其次，亦以直除。然以中行中禾不盡者遍乘左行而以直除。左方下禾不盡者，上爲法，下爲實。實即下禾之實。求中禾，以法乘中行下實，而除下禾之實。餘如中禾秉數而一，即中禾之實。求上禾亦以法乘右行下實，而除下禾、中禾之實。餘如上禾秉數而一，即上禾之實。實皆如法，各得一斗。

〔二〕今有上禾七秉，損實一斗，益之下禾二秉，而實一十斗。下禾八秉，益實一斗與上禾二秉，而實一十斗。問上、下禾實一秉各幾何？

答曰：

上禾一秉實一斗、五十二分斗之一十八，

下禾一秉實五十二分斗之四十一。

術曰：如方程。損之曰益，益之曰損。損實一斗者，其實過一十斗也。益實一斗者，其實不滿一十斗也。

〔三〕今有上禾二秉，中禾三秉，下禾四秉，實皆不滿斗。上取中，中取下，下取上各一秉而實滿斗。問上、中、下禾實一秉各幾何？

答曰：

上禾一秉實二十五分斗之九，

中禾一秉實二十五分斗之七，

下禾一秉實二十五分斗之四。

術曰：如方程，各置所取，以正負術入之。

正負術曰：同名相除，異名相益，正無入負之，負無入正之。其異名相除，同名相益，正無入正之，負無入負之。

〔四〕今有上禾五秉，損實一斗一升，當下禾七秉。上禾七秉，損實二斗五升，當下禾五秉。問上、下禾實一秉各幾何？

答曰：
 上禾一秉五升，
 下禾一秉二升。

術曰：如方程，置上禾五秉正，下禾七秉負，損實一斗一升正。次置上禾七秉正，下禾五秉負，損實二斗五升正。以正負術入之。

〔五〕今有上禾六秉，損實一斗八升，當下禾一十秉。下禾十五秉，損實五升，當上禾五秉。問上、下禾實一秉各幾何？

答曰：
 上禾一秉實八升，
 下禾一秉實三升。

術曰：如方程，置上禾六秉正，下禾一十秉負，損實一斗八升正。次置上禾五秉負，下禾一十五秉正，損實五升正。以正負術入之。

〔六〕今有上禾三秉，益實六斗，當下禾十秉。下禾五秉，益實一斗，當上禾二秉。問上、下禾實一秉各幾何？

答曰：
 上禾一秉實八斗，
 下禾一秉實三斗。

術曰：如方程，置上禾三秉正，下禾一十秉負，益實六斗負。次置上禾二秉負，下禾五秉正，益實一斗負。以正負術入之。

〔七〕今有牛五、羊二，直金十兩。牛二、羊五直金八兩。問牛羊各直金幾何？

答曰：
 牛一，直金一兩、二十一分兩之一十三，
 羊一，直金二十一分兩之二十。

術曰：如方程。

〔八〕今有賣牛二、羊五，以買十三豕，有餘錢一千

。賣牛三、豕三，以買九羊，錢適足。賣羊六、豕八，以買五牛，錢不足六百。問牛、羊、豕價各幾何？

答曰：
牛價一千二百，
羊價五百，
豕價三百。

術曰：如方程，置牛二、羊五正，豕一十三負，餘錢數正；次牛三正，羊九負，豕三正；次牛五負，羊六正，豕八正，不足錢負。以正負術入之。

〔九〕今有五雀、六燕，集稱之衡，雀俱重，燕俱輕。一雀一燕交而處，衡適平。并燕、雀重一斤。問燕、雀一枚各重幾何？

答曰：
雀重一兩、一十九分兩之十三，
燕重一兩、一十九分兩之五。

術曰：如方程，交易質之，各重八兩。

〔一〇〕今有甲乙二人持錢不知其數。甲得乙半而錢五十，乙得甲太半而亦錢五十。問甲、乙持錢各幾何？

答曰：
甲持三十七錢半，
乙持二十五錢。

術曰：如方程，損益之。

〔一一〕今有二馬、一牛價過一萬，如半馬之價。一馬、二牛價不滿一萬，如半牛之價。問牛、馬價各幾何？

答曰：
馬價五千四百五十四錢、一十一分錢
之六，
牛價一千八百一十八錢、一十一分錢
之二。

術曰：如方程，損益之。

〔一二〕今有武馬一匹，中馬二匹，下馬三匹，皆載四十石至阪，皆不能上。武馬借中馬一匹，中馬借下馬一匹，下馬借武馬一匹，乃皆上。問武、中、下馬一匹各力引幾何？

答曰：
 武馬一匹力引二十二石、七分石之六，
 中馬一匹力引十七石、七分石之一，
 下馬一匹力引五石、七分石之五。

術曰：如方程各置所借，以正負術入之。

〔一三〕今有五家共井，甲二綆不足，如乙一綆；乙三綆不足，如丙一綆；丙四綆不足，如丁一綆；丁五綆不足，如戊一綆；戊六綆不足，如甲一綆。如各得所不足一綆，皆逮。問井深、綆長各幾何？

答曰：井深七丈二尺一寸。
 甲綆長二丈六尺五寸，
 乙綆長一丈九尺一寸，
 丙綆長一丈四尺八寸，
 丁綆長一丈二尺九寸，
 戊綆長七尺六寸。

術曰：如方程，以正負術入之。

〔一四〕今有白禾二步、青禾三步、黃禾四步、黑禾五步，實各不滿斗。白取青、黃，青取黃、黑，黃取黑、白，黑取白、青，各一步，而實滿斗。問白、青、黃、黑禾實一步各幾何？

答曰：
 白禾一步實一百一十一分斗之三十三，
 青禾一步實一百一十一分斗之二十八，
 黃禾一步實一百一十一分斗之一十七，
 黑禾一步實一百一十一分斗之一十。

術曰：如方程，各置所取，以正負術入之。

〔一五〕今有甲禾二秉、乙禾三秉、丙禾四秉，重皆過於石。甲二重如乙一，乙三重如丙一，丙四重如甲一。問甲、乙、丙禾一秉各重幾何？

答曰：

甲禾一秉重二十三分石之十七，

乙禾一秉重二十三分石之十一，

丙禾一秉重二十三分石之十。

術曰：如方程，置重過於石之物爲負。以正負術入之。

〔一六〕今有令一人、吏五人、從者一十人，食雞一十；令一十人、吏一人、從者五人，食雞八；令五人、吏一十人、從者一人，食雞六。問令、吏、從者食雞各幾何？

答曰：

令一人食一百二十二分雞之四十五，

吏一人食一百二十二分雞之四十一，

從者一人食一百二十二分雞之九十七。

術曰：如方程，以正負術入之。

〔一七〕今有五羊、四犬、三雞、二兔，直錢一千四百九十六；四羊、二犬、六雞、三兔直錢一千一百七十五；三羊、一犬、七雞、五兔，直錢九百五十八；二羊、三犬、五雞、一兔，直錢八百六十一。問羊、犬、雞、兔價各幾何？

答曰：

羊價一百七十七，

犬價一百二十一，

雞價二十三，

兔價二十九。

術曰：如方程，以正負術入之。

〔一八〕今有麻九斗、麥七斗、菽三斗、荅二斗、黍五斗，直錢一百四十；麻七斗、麥六斗、菽四斗、荅五斗、黍三斗，直錢一百二十八；麻三斗、麥五斗、菽七斗、荅六斗、黍四斗，直錢一百一十六；麻二斗、麥五斗、菽三斗、荅九斗、黍四斗，直錢一百一十二；麻一斗、麥三斗、菽二斗、荅八斗、黍五斗，直錢九十五。問一斗直幾何？

答曰：

麻一斗七錢，
 麥一斗四錢，
 菽一斗三錢，
 荅一斗五錢，
 黍一斗六錢。

術曰：如方程，以正負術入之。

九章算術卷第九

句股

〔一〕今有句三尺，股四尺，問爲弦幾何？

荅曰：五尺。

〔二〕今有弦五尺，句三尺，問爲股幾何？

荅曰：四尺。

〔三〕今有股四尺，弦五尺，問爲句幾何？

荅曰：三尺。

句股術曰：句股各自乘，并，而開方除之，即弦。

又股自乘，以減弦自乘，其餘開方除之，即句。

又句自乘，以減弦自乘，其餘開方除之，即股。

〔四〕今有圓材徑二尺五寸，欲爲方版，令厚七寸。問廣幾何？

荅曰：二尺四寸。

術曰：令徑二尺五寸自乘，以七寸自乘減之，其餘開方除之，即廣。

〔五〕今有木長二丈，圍之三尺。葛生其下，纏木七周，上與木齊。問葛長幾何？

荅曰：二丈九尺。

術曰：以七周乘三尺爲股，木長爲句，爲之求弦。弦者，葛之長。

〔六〕今有池方一丈，葭生其中央，出水一尺。引葭赴岸，適與岸齊。問水深、葭長各幾何？

荅曰：
水深一丈二尺；
葭長一丈三尺。

術曰：半池方自乘，以出水一尺自乘，減之，餘，倍出水除之，即得水深。加出水數，得葭長。

〔七〕今有立木，繫索其末，委地三尺。引索卻行，去本八尺而索盡。問索長幾何？

荅曰：一丈二尺、六分尺之一。

術曰：以去本自乘，令如委數而一，所得，加委地數而半之，即索長。

〔八〕今有垣高一丈。倚木於垣，上與垣齊。引木卻行一尺，其木至地。問木幾何？

荅曰：五丈五寸。

術曰：以垣高十尺自乘，如卻行尺數而一，所得，以加卻行尺數而半之，即木長數。

〔九〕今有圓材，埋在壁中，不知大小。以鑿鑿之，深一寸，鑿道長一尺。問徑幾何？

荅曰：材徑二尺六寸。

術曰：半鑿道自乘，如深寸而一，以深寸增之，即材徑。

〔一〇〕今有開門去闔一尺，不合二寸。問門廣幾何？

荅曰：一丈一寸。

術曰：以去闔一尺自乘，所得，以不合二寸半之而一，所得，增不合之半，即得門廣。

〔一一〕今有戶高多於廣六尺八寸，兩隅相去適一丈。問戶高、廣各幾何？

荅曰：
廣二尺八寸；
高九尺六寸。

術曰：令一丈自乘爲實。半相多，令自乘，倍之，減實，半其餘。以開方除之，所得，減相多之半，即戶廣。加相多之半，即戶高。

〔一二〕今有戶不知高廣，竿不知長短。橫之不出四尺，從之不出二尺，邪之適出。問戶高、廣、袤各幾何？

荅曰：
廣六尺，
高八尺，
袤一丈。

術曰：從、橫不出相乘，倍，而開方除之。所得加從不出即戶廣，加橫不出即戶高，兩不出加之，得戶袤。

〔一三〕今有竹高一丈，末折抵地，去本三尺。問折者高幾何？

荅曰：四尺、二十分尺之十一。

術曰：以去本自乘，令如高而一，所得，以減竹高而半其餘，即折者之高也。

〔一四〕今有二人同所立。甲行率七，乙行率三。乙東行。甲南行十步而邪東北與乙會。問甲乙行各幾何？

荅曰：
乙東行一十步半；
甲邪行一十四步半及之。

術曰：令七自乘，三亦自乘，并而半之，以爲甲邪行率。邪行率減於七自乘，餘爲南行率。以三乘七爲乙東行率。置南行十步，以甲邪行率乘之，副置十步，以乙東行率乘之，各自爲實。實如南行率而一，各得行數。

〔一五〕今有句五步，股十二步。問句中容方幾何？

答曰：方三步、十七分步之九。

術曰：并句、股爲法，句股相乘爲實，實如法而一，得方一步。

〔一六〕今有句八步，股十五步。問句中容圓，徑幾何？

答曰：六步。

術曰：八步爲句，十五步爲股，爲之求弦。三位并之爲法，以句乘股，倍之爲實。實如法得徑一步。

〔一七〕今有邑方二百步，各中開門。出東門十五步有木。問出南門幾何步而見木？

答曰：六百六十六步、太半步。

術曰：出東門步數爲法，半邑方自乘爲實，實如法得一步。

〔一八〕今有邑，東西七里，南北九里，各中開門。出東門十五里有木。問出南門幾何步而見木？

答曰：三百一十五步。

術曰：東門南至隅步數，以乘南門東至隅步數爲實。以木去門步數爲法。實如法而一。

〔一九〕今有邑方不知大小，各中開門。出北門三十步有木，出西門七百五十步見木。問邑方幾何？

答曰：一里。

術曰：令兩出門步數相乘，因而四之，爲實。開方除之，即得邑方。

〔二〇〕今有邑方不知大小，各中開門。出北門二十步有木。出南門十四步，折而西行一千七百七十五步見木。問邑方幾何？

答曰：二百五十步。

術曰：以出北門步數乘西行步數，倍之，爲實。并出南門步數爲從法，開方除之，即邑方。

〔二一〕今有邑方十里，各中開門。甲乙俱從邑中央而出。乙東出；甲南出，出門不知步數，邪向東北磨邑，適與乙會。率甲行五，乙行三。問甲、乙行各幾何？

答曰：

甲出南門八百步，邪東北行四千八百八十七步半，及乙。

乙東行四千三百一十二步半。

術曰：令五自乘，三亦自乘，并而半之，爲邪行率。邪行率減於五自乘者，餘，爲南行率。以三乘五，爲乙東行率。置邑方半之，以南行率乘之，如東行率而一，即得出南門步數。以增邑方半，即南行。置南行步求弦者，以邪行率乘之，求東者以東行率乘之，各自爲實。實如南行率得一步。

〔二二〕有木去人不知遠近。立四表，相去各一丈，令左兩表與所望參相直。從後右表望之，入前右表三寸。問木去人幾何？

答曰：三十三丈三尺三寸、少半寸。

術曰：令一丈自乘爲實，以三寸爲法，實如法而一。

〔二三〕有山居木西，不知其高。山去木五十三里，木高九丈五尺。人立木東三里，望木末適與山峰斜平。人目高七尺。問山高幾何？

答曰：一百六十四丈九尺六寸、太半寸。

術曰：置木高減人目高七尺，餘，以乘五十三里爲實。以人去木三里爲法。實如法而一，所得，加木高即山高。

〔二四〕今有井徑五尺，不知其深。立五尺木於井上，從木末望水岸，入徑四寸。問井深幾何？

荅曰：五丈七尺五寸。

術曰：置井徑五尺，以入徑四寸減之，餘，以乘立木五尺爲實。以入徑四寸爲法。實如法得一寸。

www.chinapage.org